Andrzej BOCHAT, Marek BŁASZCZYK
Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy w Bydgoszczy
Zakład Konstrukcji Maszyn Rolniczych i Ziemnych

STALK ELASTIC STRAIN MODELING APPLYING MATHEMATICAL APPROACH

Summary

The paper presents mathematical model of stalk elastic strain. The author executed the calculations of elastic strain for single stalk and layer of stalks. The plant stalk cross-section was treated as a thin-walled slightly curved ring. On the ring the concentrated force was applied. That force imitated action of a blade. The calculation of strain vs. force was based on Castigliano theorem. There were presented two cases of static cutting according to energetic methods of elastic strain calculating. One of them presents elastic behavior of the single stalk under concentrated load and the second one behavior of the layer of stalks. In both cases there were calculated deflections of the rings. After favorable empiric verification, the results of the calculation may be useful in the analysis of stalk material cutting effects.

PRÓBA MODELOWANIA MATEMATYCZNEGO ODKSZTAŁCEŃ SPRĘŻYSTYCH ŹDŹBEŁ

Streszczenie

W artykule przedstawiono modele opisujące odkształcenia sprężyste źdźbeł. Dokonano obliczeń odkształceń sprężystych pojedynczego źdźbła oraz warstwy źdźbeł. Przekrój źdźbła przedstawiono jako cienkościenny pierścień słabo zakrzywiony, do którego przyłożono siłę skupioną. Odkształcenie pierścienia obliczono na podstawie twierdzenia Castigliana, stosując metodę energetyczną. Wykazano, że w przypadku przyjętego modelu, wzajemne oddziaływanie źdźbeł, wpływa zasadniczo na wartość odkształcenia sprężystego. Wyniki badań symulacyjnych na opracowanym modelu matematycznym mogą po pozytywnej weryfikacji doświadczalnej tworzyć elementy teorii niezbędnej do analizy zjawisk zachodzących na etapie cięcia materiałów źdźbłowych.

1. Wprowadzenie

Z zagadnieniem odkształceń sprężystych źdźbeł mamy do czynienia przede wszystkim podczas ich cięcia za pomocą zespołów tnących typu nożycowego, obiegowego lub rotacyjnego. Wymienione zespoły tnące występują w wybranych konstrukcjach maszyn rolniczych, tj. w kosiarkach, sieczkarniach oraz kombajnach zbożowych

Proces cięcia materiału roślinnego jest procesem bardzo skomplikowanym bez względu na fakt, czy procesowi cięcia podlegają pojedyncze źdźbła, czy też ich warstwa.

W procesie cięcia roślin źdźbłowych, na skutek oddziaływania noża na źdźbło, dochodzi do powstania odkształceń sprężystych, plastycznych a następnie niszczących – związanych z dzieleniem materiału pod działaniem sił zewnętrznych przekraczających opór spójności międzycząsteczkowej [1, 2, 3, 4, 5, 7, 9].

Bardzo istotną przeszkodą w rozwijaniu analitycznych metod badania procesu cięcia, realizowanego przez zespoły tnące jest budowa materiału roślinnego. Jest ona nie tylko bardzo złożona i trudna do przedstawienia za pomocą znanych modeli reologicznych, ale ponadto ulega zmianie w czasie rozwoju osobniczego. W literaturze, trudno znaleźć jest model, który w sposób analityczny ujmowałby udziały poszczególnych odkształceń w procesie cięcia materiału roślinnego [1, 2, 3, 4, 7]. Szczegółowa identyfikacja tego zagadnienia ma istotne znaczenie naukowe i utylitarne w aspekcie konstruowania zespołów tnących.

Wobec powyższego celem pracy jest opracowanie modeli matematycznych opisujących odkształcenia sprężyste pojedynczego źdźbła oraz warstwy źdźbeł pod działaniem sił zewnętrznych.

2. Model matematyczny odkształceń sprężystych pojedynczego źdźbła oraz warstwy źdźbeł

2.1. Przyjęte założenia na etapie modelowania

Podejmując próbę modelowania matematycznego odkształceń sprężystych źdźbeł bazowano na zasadzie obliczania odkształceń prętów zakrzywionych w oparciu o twierdzenie Castigliana, przyjmując następujące założenia [6, 8]:

1. Źdźbło traktowane jest jako ciało quasi–sztywne, a procesy zachodzące podczas cięcia polegają wyłącznie na zamianie energii kinetycznej w energię sprężysto–plastycznych odkształceń lokalnych;
2. Na źdźbło działa siła $\boldsymbol{P}$ od krawędzi tnącej noża oraz reakcja $\boldsymbol{R}$ od krawędzi przeciwtnącej;
3. Pojedyncze źdźbło traktowane jest jako pierścień o sztywności $\boldsymbol{EJ}$;
4. Wielkość $\boldsymbol{r}$ jest promieniem krzywizny warstwy obojętnej (rys.1) obliczonym ze wzoru:

$$r = \frac{h}{\ln \frac{r_z}{r_w}},$$

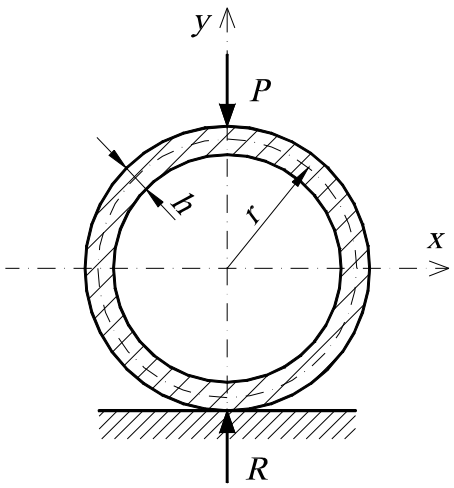
gdzie:
h – szerokość przekroju pierścienia,
r_z – promień zewnętrzny pierścienia,
r_w – promień wewnętrzny pierścienia;

5. Pierścień nie jest prętem silnie zakrzywionym i spełnia zależność $r \geq 3h$;
6. Element długości dx dla prętów prostych zastąpiono elementem długości łuku dla prętów zakrzywionych $ds = rd\varphi$.

Do obliczenia odkształceń zastosowano metody energetyczne, wykorzystując twierdzenia Castigliana i Menabrei [6, 8].

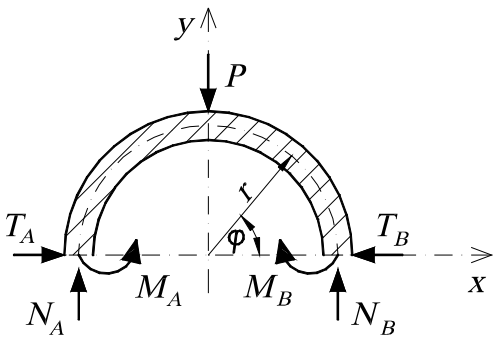
2.2. Modelowanie odkształcenia sprężystego pojedynczego źdźbła

Rozpatrzmy przypadek, w którym pojedyncze źdźbło spoczywa na twardej powierzchni i jest obciążone siłą ***P*** (rys. 1).



Rys. 1. Przekrój pojedynczego źdźbła obciążonego siłą ***P***
Fig.1. Single stalk cross-section weight down with force ***P***

Pierścień pod wpływem siły ***P*** i reakcji podłoża ***R*** znajduje się w równowadze. W celu wyznaczenia sił wewnętrznych rozcinamy pierścień wzdłuż osi poziomej ***x*** na dwie symetryczne części. Odrzucamy dolną część pierścienia, a w miejscach przecięcia zakładamy momenty gnące M_A i M_B, siły normalne N_A i N_B oraz siły poprzeczne T_A i T_B (rys. 2).



Rys. 2. Układ sił działających na górną część pierścienia
Fig. 2. Force system and ring upper unit interaction

Dla takiego układu równania równowagi będą wyglądały następująco:

$$N_A + N_B - P = 0 \quad , \tag{1}$$

$$T_A - T_B = 0 \, , \tag{2}$$

$$M_B - Pr + 2N_A r - M_A = 0 \, . \tag{3}$$

Z symetrii względem osi ***x*** wynika, że $T_A=0$ i $T_B=0$, a z symetrii względem osi ***y*** otrzymujemy:

$N_A = N_B$ oraz $M_A = M_B$. (4), (5)

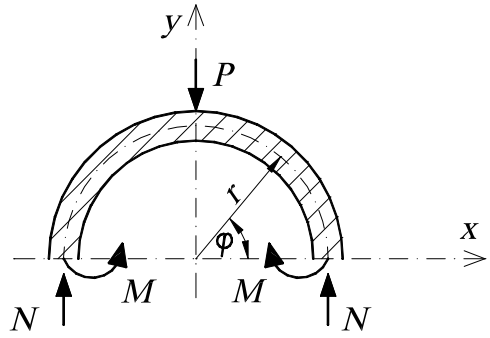
Zgodnie z zależnościami (4) i (5) równania równowagi uproszczą się do następujących postaci:

$$N = \frac{P}{2} \, , \tag{6}$$

$$M - Pr + Pr - M = 0 \, . \tag{7}$$

Dla ułatwienia przyjmujemy: $N=N_A$ oraz $M=M_A$..

Układ z rys. 2 można zatem uprościć i przedstawić, zgodnie z rys. 3.



Rys. 3. Układ sił działających na górną część pierścienia po uproszczeniu
Fig. 3. Simplification of force system and ring upper unit interaction

Jak widać z równania (7), moment ***M*** pozostaje wielkością statycznie niewyznaczalną. Można go wyznaczyć przy zastosowaniu „zasady najmniejszej pracy Menabrei" opisywanej wzorem (6, 8):

$$\frac{\partial V}{\partial M} = 0 \, . \tag{8}$$

Zgodnie ze wzorem (8) pochodna cząstkowa energii sprężystej układu względem reakcji statycznie niewyznaczalnej jest równa zeru. W opisanym na rys. 3 układzie sił i momentów, stosując zasadę symetrii względem osi ***y*** dla jednej ćwiartki pierścienia otrzymamy wzór:

$$\frac{\partial V}{\partial M} = \frac{1}{EJ} \int_0^{\frac{\pi}{2}} M_g \frac{\partial M_g}{\partial M} r d\varphi = 0 \, . \tag{9}$$

We wzorze (9) M_g oznacza moment gnący, który występuje w pierścieniu w funkcji kąta φ. Po obliczeniu całki ze wzoru (9) i przyrównaniu jej do zera znajdziemy szukaną wartość momentu ***M***. Energia sprężysta pochodząca od zginania dla pierwszej ćwiartki pierścienia wynosi:

$$V_I = \frac{1}{2EJ} \int_0^{\frac{\pi}{2}} M_g^2 r d\varphi$$

przy założeniu, że sztywność pierścienia ***EJ*** pozostaje stała na całej jego długości. Dla całego pierścienia ze względu na symetrię, energia sprężysta będzie wynosić:

$$V = 4V_I = \frac{2}{EJ}\int_0^{\frac{\pi}{2}} M_g^2 r d\varphi . \qquad (10)$$

Moment gnący w pierścieniu, w funkcji kąta φ, będzie wyrażał się wzorem $M_g = M - Nr(1-\cos\varphi)$, a po uwzględnieniu zależności (6) otrzymujemy:

$$M_g = M - \frac{P}{2} r(1-\cos\varphi) . \qquad (11)$$

Zgodnie ze wzorem (11) pochodna cząstkowa $\frac{\partial M_g}{\partial M} = 1$. Po podstawieniu wyrażenia (11) oraz pochodnej cząstkowej $\frac{\partial M_g}{\partial M}$ do zależności (9) otrzymujemy następujące równanie:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[M - \frac{P}{2} r(1-\cos\varphi) \right] d\varphi = 0 \text{, czyli}$$

$$M\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi - \frac{Pr}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi + \frac{Pr}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos\varphi d\varphi = 0 ,$$

co po scałkowaniu daje:

$$\left[M\varphi - \frac{Pr}{2}\varphi + \frac{Pr}{2}\sin\varphi \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = 0 .$$

Po uwzględnieniu granic całkowania otrzymujemy:

$$M\frac{\pi}{2} - \frac{Pr}{2}\frac{\pi}{2} + \frac{Pr}{2} = 0 \text{, a po uproszczeniu:}$$

$$M = \frac{Pr}{2}\left(\frac{\pi}{2} - 1\right)\frac{2}{\pi} = \frac{Pr}{2}\left(1 - \frac{2}{\pi}\right). \qquad (12)$$

Znając wyrażenie na moment M, równanie momentu gnącego M_g w pierścieniu po podstawieniu wzoru (12) do zależności (11) przyjmie postać:

$$M_g = \frac{Pr}{2}\left(1 - \frac{2}{\pi}\right) - \frac{Pr}{2}(1-\cos\varphi) = \frac{Pr}{2}\left(\cos\varphi - \frac{2}{\pi}\right). \qquad (13)$$

Znając wzór opisujący moment gnący można obliczyć ugięcie pierścienia pod wpływem siły P korzystając z twierdzenia Castigliana. W tym celu obliczamy pochodną cząstkową energii sprężystej względem siły P:

$$f_{st} = \frac{\partial V}{\partial P} = 4\frac{\partial V_I}{\partial P} = \frac{4}{EJ}\int_0^{\frac{\pi}{2}} M_g \frac{\partial M_g}{\partial P} r d\varphi , \qquad (14)$$

gdzie $\frac{\partial M_g}{\partial P}$ zgodnie z równaniem (11) wyraża się wzorem:

$$\frac{\partial M_g}{\partial P} = \frac{r}{2}(\cos\varphi - 1) . \qquad (15)$$

Podstawiając wyrażenie (13) oraz (15) do wzoru (14) otrzymamy:

$$f_{st} = \frac{\partial V}{\partial P} = 4\frac{\partial V_I}{\partial P} = \frac{4}{EJ}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Pr}{2}\left(\cos\varphi - \frac{2}{\pi}\right)\frac{r}{2}(\cos\varphi - 1) r d\varphi ,$$

Po uproszczeniu mamy:

$$f_{st} = \frac{\partial V}{\partial P} = 4\frac{\partial V_I}{\partial P} = \frac{Pr^3}{EJ}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\cos\varphi - \frac{2}{\pi}\right)(\cos\varphi - 1) d\varphi .$$

Stąd ograniczając się do obliczenia całki otrzymamy:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\cos\varphi - \frac{2}{\pi}\right)(\cos\varphi - 1) d\varphi = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\cos^2\varphi - \frac{2}{\pi}\cos\varphi - \cos\varphi + \frac{2}{\pi}\right) d\varphi$$

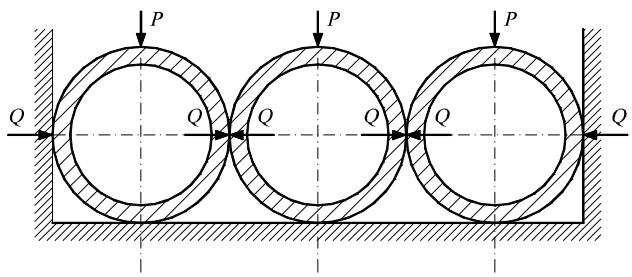
$$= \left[\frac{1}{2}\varphi + \frac{1}{4}\sin 2\varphi - \frac{2}{\pi}\sin\varphi - \sin\varphi + \frac{2}{\pi}\varphi \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{4} - \frac{2}{\pi} .$$

Wobec tego odkształcenie sprężyste źdźbła dla siły P działającej na pierścień (rys. 1) będzie wynosić:

$$f_{st} = \frac{Pr^3}{EJ}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{2}{\pi}\right). \qquad (16)$$

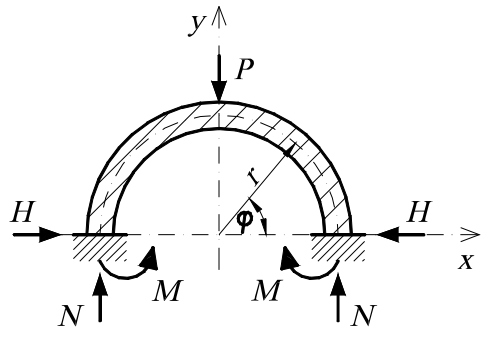
2.3. Modelowanie odkształcenia sprężystego źdźbła w warstwie

Dla warstwy materiału przyjmujemy, że źdźbła oddziałują między sobą i ugięcie poprzeczne źdźbeł jest równe zeru (rys. 4).



Rys. 4. Warstwa źdźbeł obciążonych siłami pionowymi P
Fig. 4. Stalk layer weight down with vertical forces P

Do rozwiązania takiego układu przyjmujemy model przedstawiony na rys. 5, gdzie działa dodatkowa siła ***H*** stanowiąca połowę siły ***Q*** z rys. 4.



Rys. 5. Układ sił działających na górną część pierścienia utwierdzonego po obu stronach
Fig. 5. Force system and ring upper unit interaction when ring is immobilized on either sides

Dla układu przedstawionego na rys. 5 równania równowagi będą przyjmować następujące postaci:

$$N = \frac{P}{2}, \tag{17}$$

$$M - Pr + Pr - M = 0, \tag{18}$$

$$H - H = 0. \tag{19}$$

Z powyższych równań równowagi układu wynika, że wielkości ***H*** oraz ***M*** są statycznie niewyznaczalne. Ze względu na symetrię układu względem osi pionowej ***y*** wystarczy zająć się jedną ćwiartką. Moment gnący w przedziale $0 \le \varphi \le \frac{\pi}{2}$ będzie wyrażał się wzorem:

$$M_g = M - \frac{P}{2}(1 - \cos\varphi)r + Hr\sin\varphi. \tag{20}$$

Zgodnie z twierdzeniem Menabrei najmniejsza energia układu istnieje wówczas, kiedy:

$$\frac{\partial V}{\partial M} = 0 \text{ oraz } \frac{\partial V}{\partial H} = 0.$$

W związku z tym, otrzymamy następujące zależności:

$$\frac{1}{EJ}\int_0^{\frac{\pi}{2}} M_g \frac{\partial M_g}{\partial M} r d\varphi = 0 \tag{21}$$

oraz

$$\frac{1}{EJ}\int_0^{\frac{\pi}{2}} M_g \frac{\partial M_g}{\partial H} r d\varphi = 0. \tag{22}$$

Po podstawieniu zależności (20) oraz pochodnej cząstkowej $\frac{\partial M_g}{\partial M} = 1$ do wzoru (21), otrzymamy:

$$\frac{r}{EJ}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[M - \frac{P}{2}(1 - \cos\varphi)r + Hr\sin\varphi \right] d\varphi = 0. \tag{23}$$

Po scałkowaniu zależności (23) i jej przekształceniu otrzymujemy:

$$\left[M\varphi - \frac{P}{2}(\varphi - \sin\varphi)r - Hr\cos\varphi \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = 0,$$

co daje $M\frac{\pi}{2} - \frac{P}{2}\left(\frac{\pi}{2} - 1\right)r + Hr = 0$.

Ostatecznie: $M = r\left(\frac{P}{2} - \frac{P}{\pi} - \frac{2}{\pi}H\right)$. (24)

Podstawiając wyrażenie (24) do (20) mamy:

$$M_g = r\left(\frac{P}{2} - \frac{P}{\pi} - \frac{2}{\pi}H - \frac{P}{2}(1 - \cos\varphi) + H\sin\varphi\right),$$

co po uproszczeniu daje:

$$M_g = r\left(\frac{P}{2}\cos\varphi - \frac{P}{\pi} - \frac{2}{\pi}H + H\sin\varphi\right). \tag{25}$$

W celu obliczenia siły ***H*** stosujemy wzór (22), w którym pochodna cząstkowa $\frac{\partial M_g}{\partial H} = r\sin\varphi$ zgodnie ze wzorem (20).

Po podstawieniu wzoru (20) oraz pochodnej cząstkowej $\frac{\partial M_g}{\partial H}$ do wyrażenia (22) mamy:

$$\frac{r^3}{EJ}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{P}{2}\cos\varphi - \frac{P}{\pi} - \frac{2}{\pi}H + H\sin\varphi\right)\sin\varphi d\varphi = 0.$$

Po uproszczeniu całka przyjmie postać:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{P}{2}\sin\varphi\cos\varphi - \frac{P}{\pi}\sin\varphi - \frac{2H}{\pi}\sin\varphi + H\sin^2\varphi\right) d\varphi = 0$$

Korzystając z całek $\int \sin^2\varphi d\varphi = \frac{\varphi}{2} - \frac{1}{4}\sin 2\varphi$

oraz $\int \sin\varphi\cos\varphi d\varphi = \frac{1}{2}\sin^2\varphi$,

otrzymujemy:

$$\left[\frac{P}{4}\sin^2\varphi+\frac{P}{\pi}\cos\varphi+\frac{2H}{\pi}\cos\varphi+\frac{H}{2}\varphi-\frac{H}{4}\sin 2\varphi\right]_0^{\frac{\pi}{2}}=0$$

Natomiast po podstawieniu granic całkowania:

$$\frac{P}{4}+\frac{H\pi}{4}-\frac{P}{\pi}-\frac{2H}{\pi}=0.$$

Po uproszczeniu otrzymamy: $\frac{P}{4}-\frac{P}{\pi}=H\left(\frac{2}{\pi}-\frac{\pi}{4}\right)$

czyli $H=P\frac{4-\pi}{\pi^2-8}$.

Jeżeli przyjmiemy, że: $\alpha=\frac{4-\pi}{\pi^2-8}$, otrzymamy wówczas:

$$H=P\alpha. \tag{26}$$

Znając wartość siły H spełniającej warunek $\frac{\partial V}{\partial H}=0$ można obliczyć odkształcenie sprężyste dla przypadku drugiego. Zgodnie ze wzorem (25) po podstawieniu (26) mamy:

$$M_g=P\frac{r}{2}\left(\cos\varphi-\frac{2}{\pi}-\frac{4}{\pi}\alpha+2\alpha\sin\varphi\right). \tag{27}$$

Zgodnie ze wzorem (20):

$$\frac{\partial M_g}{\partial P}=\frac{r}{2}(\cos\varphi-1). \tag{28}$$

Wobec tego odkształcenie sprężyste po podstawieniu wzorów (27) i (28) będzie wyrażać się wzorem:

$$f_{st}=\frac{\partial V}{\partial P}=4\frac{\partial V_I}{\partial P}=\frac{Pr^3}{EJ}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(\cos\varphi+2\alpha\sin\varphi-\frac{2}{\pi}-4\frac{\alpha}{\pi}\right)(\cos\varphi-1)d\varphi. \tag{29}$$

Obliczając całkę otrzymujemy: $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(\cos\varphi+2\alpha\sin\varphi-\frac{2}{\pi}-4\frac{\alpha}{\pi}\right)(\cos\varphi-1)d\varphi=$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left[\cos^2\varphi-\cos\varphi\left(1+\frac{2}{\pi}+\frac{4\alpha}{\pi}\right)+2\alpha\sin\varphi\cos\varphi-2\alpha\sin\varphi+\frac{2}{\pi}+4\frac{\alpha}{\pi}\right]d\varphi.$$

Korzystając z całki $\int\cos^2\varphi d\varphi=\frac{\varphi}{2}+\frac{1}{4}\sin 2\varphi$ oraz całki $\int\sin\varphi\cos\varphi d\varphi=\frac{1}{2}\sin^2\varphi$ otrzymamy:

$$\left[\frac{1}{2}\varphi+\frac{1}{4}\sin 2\varphi-\sin\varphi\left(1+\frac{2}{\pi}+\frac{4\alpha}{\pi}\right)+\alpha\sin^2\varphi+2\alpha\cos\varphi+2\frac{\varphi}{\pi}+\frac{4\alpha}{\pi}\varphi\right]_0^{\frac{\pi}{2}}=\frac{\pi}{4}-\frac{2}{\pi}+\alpha-\frac{4\alpha}{\pi}=0.$$

Podstawiając za $\alpha=\frac{4-\pi}{\pi^2-8}$, otrzymujemy:

$$\frac{\pi}{4}-\frac{2}{\pi}+\left(\frac{4-\pi}{\pi^2-8}\right)\left(1-\frac{4}{\pi}\right)=\frac{\pi}{4}-\frac{2}{\pi}-\frac{(\pi-4)^2}{\pi(\pi^2-8)}.$$

Stąd odkształcenie sprężyste dla tego przypadku będzie wyrażać się wzorem:

$$f_{st}=\frac{Pr^3}{EJ}\left[\frac{\pi}{4}-\frac{2}{\pi}-\frac{(\pi-4)^2}{\pi(\pi^2-8)}\right]. \tag{30}$$

Porównując odkształcenia dla rozważanego przypadku pierwszego (pojedyncze źdźbło) i drugiego (warstwa źdźbeł) mamy odpowiednio:

$$f_I=\frac{Pr^3}{EJ}\left(\frac{\pi}{4}-\frac{2}{\pi}\right) \text{ oraz } f_{II}=\frac{Pr^3}{EJ}\left(\frac{\pi}{4}-\frac{2}{\pi}-\beta\right), \text{ gdzie } \beta=\frac{(\pi-4)^2}{\pi(\pi^2-8)}.$$

3. Podsumowanie

Opracowane w pracy modele odkształceń sprężystych, umożliwiają przeprowadzenie symulacji procesu odkształceń sprężystych źdźbeł dla zmiennych parametrów: ***P, r, EJ***.

W przyjętym rozwiązaniu źdźbło potraktowano jako pierścień, którego ugięcie obliczono za pomocą metod energetycznych. Wykazano, że w przypadku przyjętego modelu matematycznego wzajemne oddziaływanie źdźbeł wpływa zasadniczo na wartość uzyskanego odkształcenia. Wyniki badań symulacyjnych na opracowanych modelach, po pozytywnej ich weryfikacji doświadczalnej, mogą tworzyć elementy teorii niezbędnej do analizy zjawisk zachodzących na etapie cięcia materiałów źdźbłowych.

4. Literatura

[1] Bochat A., Grzonkowski R., Zastempowski M.: Analiza badań cięcia źdźbeł roślin zbożowych i nowy bębnowy zespół tnący. Inżynieria Maszyn i Aparatura Chemiczna nr 1-2/2005.

[2] Chattopahyay P.S., Pandey K.P.: Mechanical properties of sorghum in relation to quasi-static deformation. Journal of Agricultural Engineering Research, Vol.73, 1999.

[3] Dmitrewski J.: Teoria i konstrukcja maszyn rolniczych. PWRiL, Warszawa, 1988.

[4] Grabański P.: Badania energochłonności procesu cięcia roślin źdźbłowych. Politechnika Poznańska, Poznań, 1988.

[5] Haffert A., Harms H.H.: Schnittvorgang im Feldhacksler. Landtechnik 2/2002.

[6] Jakubowicz A, Orłoś Z.: Wytrzymałość materiałów. WNT, Warszawa, 1984.

[7] Kanafojski Cz.: Teoria i konstrukcja maszyn rolniczych. PWRiL, Warszawa, 1980.

[8] Niezgodziński M.E., Niezgodziński T.: Wytrzymałość materiałów. PWN, Warszawa, 1984.

[9] O'Doherty M.J., Huber J.A., Dyson J., Marshall C.J.: A study of the physical and mechanical properties of wheat straw. Journal of Agricultural Engineering Research, Vol.62, 1995.