

IMITATING MODEL OF THE AGRICULTURAL TRACTOR UNIT FOR RESEARCH OF DYNAMIC LOADINGS IN TRANSMISSION AND SMOOTHNESS OF A MOTION

Summary

In the article presented is the developed imitating mathematical model for research of dynamic loadings in transmission and smoothness of a motion of the machine-tractor unit on the basis of chassis with all driving wheels of the hinge-jointed agricultural tractor with the wheel formula 6K6.

ИМИТАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННОГО ТРАКТОРНОГО АГРЕГАТА ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ НАГРУЗОК В ТРАНСМИССИИ И ПЛАВНОСТИ ХОДА

Резюме

В статье приведена разработанная имитационная математическая модель для исследования динамических нагрузок в трансмиссии и плавности хода машинно-тракторного агрегата на базе полноприводного шарнирно-сочлененного сельскохозяйственного тракторного шасси с колесной формулой 6К6.

Введение

Одно из направлений развития тягово-энергетической базы машинотракторных агрегатов (ТА) состоит в создании на базе серийных тракторов полноприводных универсальных шарнирно-сочлененных шасси с колесной формулой 6К6 сельскохозяйственного назначения с технологической площадкой на задней полураме, на которой могут агрегатироваться, например, самосвальная платформа, емкости для перевозки и разбрасывания жидких удобрений и ядохимикатов со штанговым оборудованием и многие другие виды оборудования. Отличаясь повышенной проходимостью, высокими маневровыми качествами и лучшей приспособленностью к работе в тяжелых дорожных условиях, такие МТА позволяют реализовать новые принципы агрегатирования шасси в составе многооперационных технологических с.-х. агрегатов, что существенно повышает эффективность их применения.

Однако данных для проектирования таких шасси пока недостаточно, в частности, данных о динамике и нагрузках на несущую систему и разветвленную трансмиссию в реальных условиях эксплуатации МТА. Натурные испытания – дорогие и длительные. Поэтому представляет научный и практический интерес создание и имитационной математической модели МТА данного вида и проведение моделирования на ЭВМ работы агрегатов различного назначения во всем спектре эксплуатационных режимов работы.

В соответствии с потребностями практики разрабатываются математические модели, для исследования динамической нагруженности трансмиссии, полурам и их шарнирного соединения в характерных условиях работы, а также плавности хода машин. Поэтому необходимо рассматривать динамические системы машин, в которых отражены взаимодействия определяющих динамику их движения подсистем между собой и с неров-

ностями опорной поверхности. В силу этого математическая модель должна быть универсальной и предназначена для моделирования и оценки сразу нескольких динамических свойств исследуемых машин. Несмотря на сложность ее последующей машинной реализации подобные математические модели позволяют с большей достоверностью учесть особенности объекта моделирования и условия его работы [1, 2]. В то же время более простые модели для исследования отдельных свойств машины, например плавности хода, благодаря приемлемой адекватности и меньшей сложности позволяют с меньшими трудозатратами быстрее добиться получения оценок плавности хода машины, а потому также широко используются в проектных исследованиях [3, 4].

Отдельные научные положения методического подхода к имитационному моделированию тракторных шасси сельскохозяйственного назначения разработаны авторами в более ранних работах [1, 3, 4] и также используются в данной модели.

Дифференциальные уравнения движения тракторного агрегата по опорной поверхности

Расчетные динамические системы тракторного агрегата разработаны при допущениях, характерных для решения аналогичных задач [1, 2, 4]: подсистема моторно-трансмиссионно-двигательной установки представляет собой дискретную динамическую крутильную систему с безынерционными упругодемпфирующими связями; движение машины – прямолинейное по случаю микропрофилю горизонтальной дороги; ходовая система рассматривается как плоская симметричная относительно своей продольной оси; остов машины представляет собой твердое тело с продольной осью симметрии; статистические параметры дорожных воздействий на правые и левые колеса равны; сиденье водителя ра-

положено в продольно-вертикальной плоскости симметрии и совершает вертикальные колебания; массы силеня и водителя сосредоточены в одной точке; шина рассматривается упругой в радиальном направлении, а свойства касательного взаимодействия с деформируемой опорной поверхностью учитываются так называемой кривой буксования колеса; колеса совершают безотрывное движение; беговая дорожка шины рассматривается в виде безынерционного обруча с радиусом, равным радиусу качения, контакт колеса с дорогой учитывает сглаживающую способность шин; жесткости шин, трансмиссии, подвесок постоянны, демпфирующие сопротивления линейны относительно скорости деформации; высокочастотные колебания не рассматриваются; колебания масс динамических систем тракторного шасси малые.

На рис. 1 представлена расчетная схема тракторного шасси в транспортном режиме работы, которая включает в себя динамическую систему трансмиссии (рис. 1а) и колебательную систему машины при движении по неровностям опорной поверхности.

В динамической системе трансмиссии приняты следующие обозначения: I_i, ω_i – момент инерции вращающихся деталей двигателя и угловая скорость враще-

ния его коленчатого вала; I_2, ω_2 – момент инерции ведомых деталей сцепления и его угловая скорость; $I_3, I_4, \omega_3, \omega_4$ – моменты инерции и угловые скорости соответственно деталей на ведущем и ведомом валах коробки передач и их угловые скорости; I_5, ω_5 – момент инерции деталей раздаточной коробки и его угловая скорость; I_6, ω_6 – момент инерции ведомой части муфты управления задними ведущими мостами и его угловая скорость; I_7, ω_7 – момент инерции передних ведущих колес и их угловая скорость; I_8, ω_8 – момент инерции деталей ведущего заднего моста, включая зубчатое колесо бортовой передачи, от которого крутящий момент распределяется на первые и вторые задние колеса, и его угловая скорость; $I_9, I_{10}, \omega_9, \omega_{10}$ – моменты инерции задних колес и их угловые скорости; c_{ij}, k_{ij} – крутильные жесткости и демпфирование в ij -х участках трансмиссии ($i=2,4,5,6,8; j=3,5,7,8,9,10$); M_{ij} – упругие (динамические) моменты в ij -х участках трансмиссии; F_1, F_2 – соответственно сцепление и муфта включения-выключения заднего моста; M_{dv} – крутящий момент двигателя; $F_{ki}r_i/(U_i\eta_i)$ – крутящие моменты на ведущих колесах ($i=7,9,10$).

Все элементы, входящие в динамическую систему трансмиссии машины, приведены к коленчатому валу двигателя.

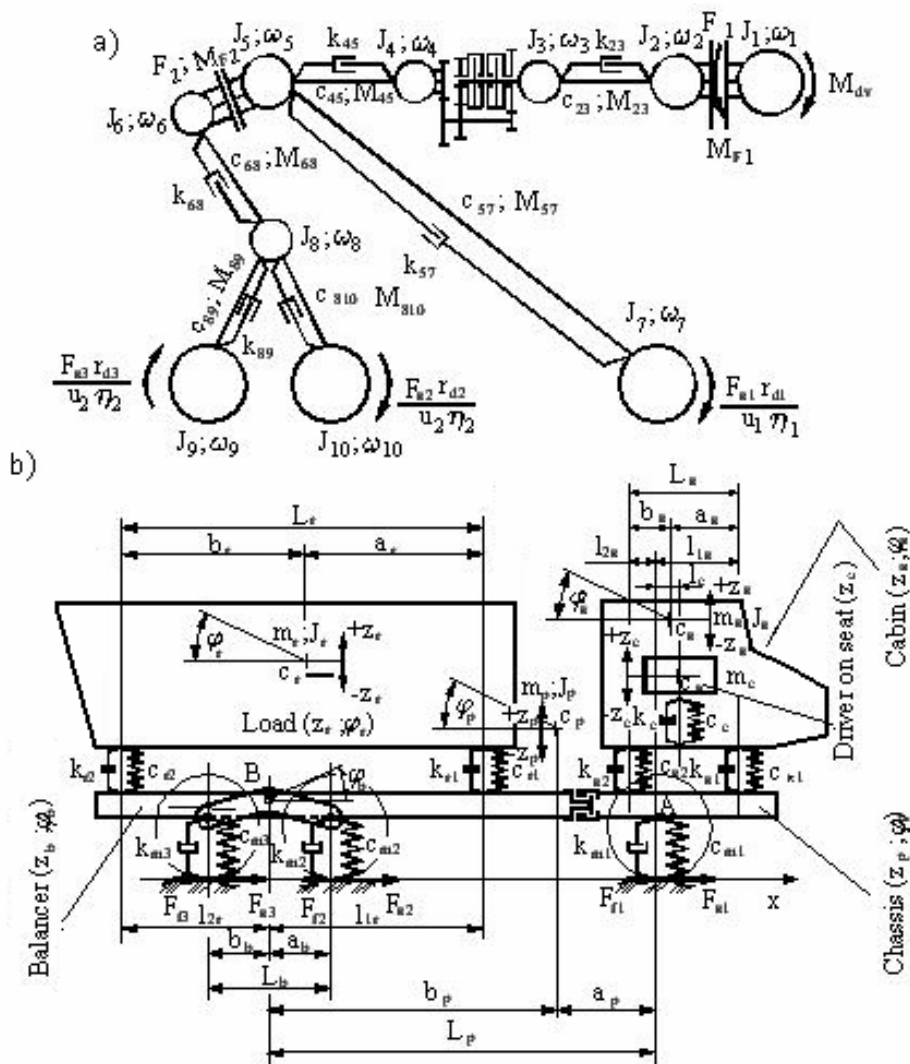


Рис. 1. Расчетная динамическая модель тракторного агрегата
Fig. 1. Settlement dynamic model of the tractor unit

Система дифференциальных уравнений, описывающая работу трансмиссии тракторного шасси, оборудованного самосвальной платформой с устройством погрузки для перевозки сельскохозяйственных грузов, например сахарной свеклы от кагатов в поле к месту переработки, в транспортном режиме, имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
 &\text{при } \omega_1 \neq \omega_2 && \text{при } \omega_1 = \omega_2 \\
 &I_1 \dot{\omega}_1 = M_{dv} - M_{F1}; && (I_1 + I_2) \dot{\omega}_1 = M_{dv} - M_{23}; \\
 &I_2 \dot{\omega}_2 = M_{F1} - M_{23}; && (I_1 + I_2) \dot{\omega}_2 = M_{dv} - M_{23}; \\
 &(I_3 + I_4) \dot{\omega}_3 = M_{23} + K_{23}(\omega_2 - \omega_3) - [M_{45} + K_{45}(\omega_3 - \omega_5)]; \\
 &(I_3 + I_4) \dot{\omega}_4 = M_{23} + K_{23}(\omega_2 - \omega_3) - [M_{45} + K_{45}(\omega_4 - \omega_5)]; \\
 &(I_5 + I_6) \dot{\omega}_5 = M_{45} + K_{45}(\omega_4 - \omega_5) - [M_{68} + K_{68}(\omega_5 - \omega_8) + M_{57} + K_{57}(\omega_5 - \omega_7)]; \\
 &(I_5 + I_6) \dot{\omega}_6 = M_{45} + K_{45}(\omega_4 - \omega_5) - [M_{68} + K_{68}(\omega_6 - \omega_8) + M_{57} + K_{57}(\omega_5 - \omega_7)]; \\
 &I_7 \dot{\omega}_7 = M_{57} + K_{57}(\omega_5 - \omega_7) - \frac{F_{k1} r_{d1}}{U_1 \eta_1}; \\
 &I_8 \dot{\omega}_8 = M_{68} + K_{68}(\omega_5 - \omega_8) - [M_{89} + M_{810} + K_{89}(\omega_8 + \omega_9) + K_{810}(\omega_8 - \omega_{10})]; \\
 &I_9 \dot{\omega}_9 = M_{89} + K_{89}(\omega_8 - \omega_9) - \frac{F_{k3} r_{d3}}{U_2 \eta_2}; \\
 &I_{10} \dot{\omega}_{10} = M_{810} + K_{810}(\omega_8 - \omega_{10}) - \frac{F_{k2} r_{d2}}{U_2 \eta_2}; \\
 &\dot{M}_{23} = C_{23}(\omega_2 - \omega_3); \\
 &\dot{M}_{45} = C_{45}(\omega_4 - \omega_5); \\
 &\dot{M}_{57} = C_{57}(\omega_5 - \omega_7); \\
 &\dot{M}_{68} = C_{68}(\omega_6 - \omega_8); \\
 &\dot{M}_{89} = C_{893}(\omega_8 - \omega_9); \\
 &\dot{M}_{810} = C_{810}(\omega_8 - \omega_{10});
 \end{aligned} \tag{1}$$

где F_{ki} – касательная сила тяги, развиваемая колесами i -го моста; r_{di} – динамический радиус колес i -го моста; $U_i = U_{kn} U_{pk} U_M$ – передаточное число от двигателя к колесам i -го моста, здесь U_{kn}, U_{pk}, U_M – передаточные числа соответственно коробки передач, раздаточной коробки, ведущего моста; η_i – КПД привода к колесам i -го моста.

Система уравнений (1) имеет нулевые начальные условия, кроме $\omega_1 = \omega_{10}$, то есть в начальный момент времени – оленвал двигателя имеет некоторую угловую скорость ω_{10} .

Для определения касательной силы тяги колес i -го моста используется формула:

$$F_{ki} = \varphi \cdot G_i \cdot \left(1 - e^{-k \delta_i} \right),$$

где φ – коэффициент сцепления колес с опорной поверхностью; G_i – вертикальная нагрузка, приходящаяся на i -й мост; k – коэффициент, зависящий от свойств опорной поверхности; δ_i – буксование колес i -го моста.

Буксование колес ведущих мостов рассчитываются по выражению:

$$\delta_i = \frac{\vartheta_{Ti} - \vartheta}{\vartheta_{Ti}} = 1 - \frac{\vartheta}{\vartheta_{Ti}} = 1 - \frac{\dot{x}}{\omega_i r_i}, \tag{2}$$

где ϑ_{Ti} – теоретическая скорость центров колес i -го моста; $\vartheta = \dot{x}$ – действительная скорость машины; ω_i – угловая скорость колес i -го моста, определяемая из решения системы уравнений (1).

Математические описания работы двигателя, муфты сцепления при трогании и разгоне машины, а также работы муфт переключения передач в процессе переключения передач в синхронизированной коробке передач и при переключении без разрыва потока мощности, в случае гидромеханической коробки передач с гидроджимными фрикционными муфтами бустерного типа, являются типовыми, широко используются при исследовании динамических нагрузок в трансмиссии тракторов на математических моделях на ЭВМ [1, 4, 5] и в данной статье не приводятся.

Решая систему уравнений (1), можно определить динамические моменты в основных звеньях трансмиссии машины при ее движении в различных условиях эксплуатации, буксование колес ведущих мостов и развиваемую ими касательную силу тяги, скорость движения машины и т.д.

Рассмотрим колебательную систему машины на рис.1б. На рисунке приняты обозначения: $m_p, I_p; m_k, I_k; m_r, I_r; m_b, I_b$ – массы и моменты инерции соответственно рамы машины с оборудованием (двигатель, трансмиссия, платформа, грейферный манипулятор и т.д.), кабины, груза, балансира; m_c – масса сиденья с водителем;

c_p, c_k, c_r – центры масс соответственно рамы, кабины, груза; $a_p, \theta_p; a_k, \theta_k; a_r, \theta_r; a_b, \theta_b$ – расстояния от передней и задней опоры до центра масс соответственно рамы, кабины, груза, балансира; $c_{mi}, k_{mi}; c_{ki}, k_{ki}; c_{ri}, k_{ri}$ – жесткости и демпфирование соответственно шин, подвески кабины, подвески груза; c_c, k_c – жесткость и демпфирование подвески сиденья водителя.

Из рис. 1б видно, что колебательная система машины включает в себя следующие колебательные подсистемы; рама с оборудованием, балансир, кабина, груз и сиденье с водителем. Первые четыре колебательные подсистемы могут перемещаться в вертикальном направлении ($\pm Z_p, \pm Z_b, \pm Z_k, \pm Z_r$), которое отсчитывается от положения статического равновесия, и могут поворачиваться на малые углы $\pm \varphi_p, \pm \varphi_b, \pm \varphi_k, \pm \varphi_r$. При этом можно принять $tg \varphi \approx \varphi$ и $\sin \varphi \approx \varphi$ [1, 2]. Последняя подсистема – сиденье с водителем – может совершать только вертикальные перемещения $\pm Z_c$, также отсчитываемые от положения статического равновесия сиденья.

Следовательно, колебательная система машины имеет девять степеней свободы ($4 \times 2 + 1 = 9$) и колебание машины будет описываться девятью дифференциальными уравнениями второго порядка.

Каждая подсистема получает возмущение от различных источников, воздействующих на точки опоры подсистем. Так, балансир получает возмущения от неровностей опорной поверхности, которые передаются через упругие шины. Причем при равенстве базы балансира L_b и длины неровности l_n , точка крепления балансира B будет описывать неровность, то есть перемещение точки B и осей колес балансира будут одинаковы. В противном случае точка B будет совершать перемещения, отличные от перемещений осей колес, связанных с балансиром. Рама с оборудованием получает возмущение от неровностей опорной поверхности, которые передаются в точке A через упругие передние шины и возмущения, получаемые точкой B от балансира. Кабина получает возмущения от рамы в точках крепления подвески кабины. Возмущения передаются на кабину через ее подвеску. Аналогично получает возмущение от рамы и груз. Масса сиденья с водителем получает возмущение от пола кабины в точке крепления сиденья через его подвеску. Следовательно, первые четыре колебательные подсистемы представляют собой массы, опирающиеся в двух точках на упругие элементы, в которых теряется часть энергии. Колебание таких подсистем описывается следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} M_1 \ddot{Z}_1 + M_3 \ddot{Z}_2 + 2K_{p1}(\dot{Z}_1 - \dot{\xi}_1) + 2c_{p1}(Z_1 - \xi_1) &= 0; \\ M_3 \ddot{Z}_1 + M_2 \ddot{Z}_2 + 2K_{p2}(\dot{Z}_2 - \dot{\xi}_2) + 2c_{p2}(Z_2 - \xi_2) &= 0; \end{aligned} \quad (3)$$

где M_1, M_2, M_3 – коэффициенты; Z_1, Z_2 и их производные – перемещения, скорость и ускорения точек над подвесками соответственно передней и задней; ξ_1, ξ_2 и их производные – перемещения, скорость и ускорения точек крепления подвески (для балансира – высоты неровностей под колесами балансира тележки); c_{p1}, c_{p2} – жесткость и демпфирование в подвеске.

$$M_1 = m_i \frac{a_i^2 + \rho_i^2}{L_i^2}; \quad M_2 = \frac{b_i^2 + \rho_i^2}{L_i^2}; \quad M_3 = \frac{a_i b_i - \rho_i^2}{L_i^2},$$

где m_i – масса i -ой подсистемы; a_i, b_i – координаты центра масс i -ой подсистемы; ρ_i – радиус инерции i -ой подсистемы; L_i – расстояния между упругими элементами i -ой подсистемы.

Система уравнений (3) имеет нулевые начальные условия, то есть при $t = 0$ $Z_1 = \dot{Z}_1 = Z_2 = \dot{Z}_2 = 0$.

Итак, колебание машины при движении по неровностям опорной поверхности будет описываться следующей системой дифференциальных уравнений:

- балансир

$$\begin{aligned} M_{1b} \ddot{Z}_{1b} + M_{3b} \ddot{Z}_{2b} + 2K_{m2}(\dot{Z}_{1b} - \dot{q}_2) + 2c_{m2}(Z_{1b} - q_2) &= 0; \\ M_{3b} \ddot{Z}_{1b} + M_{2b} \ddot{Z}_{2b} + 2K_{m3}(\dot{Z}_{2b} - \dot{q}_3) + 2c_{m3}(Z_{2b} - q_3) &= 0; \end{aligned}$$

- рама с оборудованием

$$M_{1p} \ddot{Z}_{1p} + M_{3p} \ddot{Z}_{2p} + 2K_{m1}(\dot{Z}_{1p} - \dot{q}_1) + 2c_{m1}(Z_{1p} - q_1) = 0;$$

$$M_{3p} \ddot{Z}_{1p} + M_{2p} \ddot{Z}_{2p} = 0;$$

- кабина

$$\begin{aligned} M_{1k} \ddot{Z}_{1k} + M_{3k} \ddot{Z}_{2k} + 2K_{k1}(\dot{Z}_{1k} - \dot{\xi}_{1k}) + 2c_{k1}(Z_{1k} - \xi_{1k}) &= 0; \\ M_{3k} \ddot{Z}_{1k} + M_{2k} \ddot{Z}_{2k} + 2K_{k2}(\dot{Z}_{2k} - \dot{\xi}_{2k}) + 2c_{k2}(Z_{2k} - \xi_{2k}) &= 0; \end{aligned}$$

- платформа с грузом и механизмом погрузки

$$\begin{aligned} M_{1r} \ddot{Z}_{1r} + M_{3r} \ddot{Z}_{2r} + 2K_{r1}(\dot{Z}_{1r} - \dot{\xi}_{1r}) + 2c_{r1}(Z_{1r} - \xi_{1r}) &= 0; \\ M_{3r} \ddot{Z}_{1r} + M_{2r} \ddot{Z}_{2r} + 2K_{r2}(\dot{Z}_{2r} - \dot{\xi}_{2r}) + 2c_{r2}(Z_{2r} - \xi_{2r}) &= 0; \end{aligned}$$

- сиденье с водителем

$$m_c \ddot{Z}_c + K_c(\dot{Z}_c - \dot{\xi}_c) + c_c(Z_c - \xi_c) = 0.$$

Система уравнений (4) имеет нулевые начальные условия. Возмущением для колебательной системы машины являются сглаженные по длине пятна-контакта шины и неровности опорной поверхности под передними q_1 , средними q_2 и задними колесами q_3 .

Для определения пути, скорости и ускорения поступательного движения машины необходимо составить еще одно уравнение:

$$m\ddot{x} = F_{k1} + F_{k2} + F_{k3} - F_f; \quad (5)$$

где m – масса машины; F_f – сила сопротивления движению; x и его производные – путь, скорость и ускорение машины.

Силой сопротивления воздуха пренебрегаем, так как она мала по сравнению с силой сопротивления движению.

Уравнение (5) имеет нулевые начальные условия, то есть при $t = 0$ $x = \dot{x} = 0$.

Для решения исходной системы уравнений необходимы еще уравнения связи. Запишем эти уравнения:

- балансир – рама

$$Z_b = Z_{2p} = \frac{a_b Z_{1b} + \theta_b Z_{2b}}{L_b},$$

- рама – кабина

$$\xi_{1k} = (Z_{1p} - Z_{2p}) \frac{a_p + l_{1k}}{L_p} + Z_{2p};$$

$$\xi_{2k} = (Z_{1p} - Z_{2p}) \frac{a_p - l_{2k}}{L_p} + Z_{2p};$$

- рама – груз

$$\xi_{1r} = (Z_{1p} - Z_{2p}) \frac{b_p - l_{1r}}{L_r} + Z_{2p};$$

$$\xi_{2r} = (Z_{1p} - Z_{2p}) \frac{b_p + l_{1r}}{L_p} + Z_{2p};$$

- кабина – сидение водителя

$$\xi_c = (Z_{1p} - Z_{2p}) \frac{a_p + l_c}{L_p} + Z_{2p}.$$

Производные $\dot{Z}_{2p}, \dot{\xi}_{1k}, \dot{\xi}_{2k}, \dot{\xi}_{1r}, \dot{\xi}_{2r}, \dot{\xi}_c$, входящие в систему уравнений (4), находятся путем дифференцирования уравнений связи по времени.

Таким образом, решая совместно системы уравнений (1), (4) и уравнение (5), получим все данные по динамической нагрузке в трансмиссии, поступательном движении машины и колебаниях ее подсистем. При решении названной системы уравнений скорость движения машины, получаемая в результате решения уравнения (5), подставляется в формулу (2) для расчета бросков ведущих колес, а касательные силы тяги ведущих колес – в систему уравнений (1) и уравнение (5).

Динамические силовые факторы в местах крепления колес, балансиров, кабины и груза, действующие на полурамы машины, что необходимо для прочностного расчета последних, а также шарниров с вертикальной и продольной горизонтальной осями относительного поворота полурам, определяют как сумму соответствующих упругих сил и сил неупругого сопротивления, определяемые при решении уравнений движения машины относительные деформации упругих элементов и относительные скорости в местах упругодемпфирующих связей динамической модели.

Ускорения любой точки рамы машины и упомянутые силы в шинах и подвесках находятся по следующим формулам:

- ускорение i -ой точки через известное ускорение k -ой точки, отстоящих друг от друга на расстояние

$$L_i : \ddot{z}_i = \ddot{z}_k + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} \cdot L_i,$$

- вертикальное усилие в шинах колес моста

$$D_{mi} = c_{mi} \cdot f_{mi} + K_{mi} \cdot \dot{f}_{mi}, (i=1...3);$$

- вертикальное усилие в упругодемпфирующем элементе подвески

$$D_i = c_i \cdot \dot{f}_i + K_i \cdot f_i + F_i \cdot \text{sign}(\dot{f}_i), \quad (6)$$

$$K_i = \begin{cases} K_{i1}, \dot{f}_i \leq 0 \\ K_{i2}, \dot{f}_i > 0, (i=1, c), \end{cases}$$

где: c – жесткость упругого элемента;

K_i – коэффициент демпфирования (с индексом 1 – на ходе отбоя, 2 – на ходе сжатия);

F_i – абсолютное значение силы сухого трения;

f, \dot{f} – деформация по координате z и скорость изменения деформации упруго-демпфирующих звеньев динамической системы.

Деформации находятся как разности абсолютных перемещений соответствующих точек системы, которые определяются по формуле:

$$z_i = z_j \pm \varphi_j L_i$$

Используя систему уравнений (4), можно определить низшую Ω_n и высшую Ω_b собственные частоты какой подсистемы. Покажем, как это можно сделать на примере системы уравнений (3), которой можно описать колебания подсистем рама с балансиром, кабина, груз.

В системе уравнений (3) пренебрежем демпфированием в системе подвески ($k_{p1}=k_{p2}=0$), так как учет демпфирования в системе изменяет величины собственных частот на 3...5%. Кроме того, так как будем рассматривать собственные колебания, то на систему поддрессования не действуют возмущения ($\xi_1 = \xi_2 = 0$). Разделим первое уравнение на M_1 , а второе на M_2 . Следовательно, систему уравнений (3) можно представить в следующем виде:

$$\ddot{Z}_1 + \frac{M_3}{M_1} \ddot{Z}_2 + \frac{2c_{p1}}{M_1} Z_1 = 0;$$

$$\ddot{Z}_2 + \frac{M_3}{M_1} \ddot{Z}_1 + \frac{2c_{p2}}{M_2} Z_2 = 0.$$

Введем обозначения:

$$\frac{M_3}{M_1} = \eta_1; \quad \frac{M_3}{M_2} = \eta_2; \quad \frac{2c_{p1}}{M_1} = \omega_1^2; \quad \frac{2c_{p2}}{M_2} = \omega_2^2. \quad (7)$$

Коэффициенты ω_1 и ω_2 называют парциальными частотами – частотами колебаний сложной колебательной системы по одной из степеней свободы (Z_1 или Z_2), если перемещение по второй степени свободы невозможно.

Перепишем систему уравнений в принятых обозначениях:

$$\ddot{Z}_1 + \eta_1 \ddot{Z}_2 + \omega_1^2 Z_1 = 0; \quad (8)$$

$$\ddot{Z}_2 + \eta_2 \ddot{Z}_1 + \omega_2^2 Z_2 = 0.$$

Сведем систему уравнений (8) к двум уравнениям четвертого порядка:

$$\text{относительно } Z_1 \\ (1 - \eta_1 \eta_2) Z_1^{IV} - (\omega_1^2 + \omega_2^2) \ddot{Z}_1 + \omega_1^2 \omega_2^2 Z_1 = 0; \quad (9)$$

$$\text{относительно } Z_2 \\ (1 - \eta_1 \eta_2) Z_2^{IV} - (\omega_1^2 + \omega_2^2) \ddot{Z}_2 + \omega_1^2 \omega_2^2 Z_2 = 0. \quad (10)$$

Собственные частоты найдем как корни характеристического уравнения, которое будет одинаковым для дифференциальных уравнений (9) и (10):

$$(1 - \eta_1 \eta_2) \Omega^4 - (\omega_1^2 + \omega_2^2) \Omega^2 + \omega_1^2 \omega_2^2 = 0.$$

Решая полученное биквадратное уравнение и учитывая только положительные корни, так как частоты не могут быть отрицательными, получим две собственные частоты колебаний рассматриваемой колебательной системы:

- низшая частота

$$\Omega_{ni} = \sqrt{\frac{1}{2(1 - \eta_1 \eta_2)} \left[(\omega_1^2 + \omega_2^2) - \sqrt{(\omega_1^2 - \omega_2^2)^2 + 4\eta_1 \eta_2 \omega_1^2 \omega_2^2} \right]} \quad (11)$$

- высшая частота

$$\Omega_{bi} = \sqrt{\frac{1}{2(1-\eta_1\eta_2)} \left[(\omega_1^2 + \omega_2^2) + \sqrt{(\omega_1^2 - \omega_2^2)^2 + 4\eta_1\eta_2\omega_1^2\omega_2^2} \right]} \quad (12)$$

Собственная частота колебаний водителя на сиденье рассчитывается по формуле

$$\omega_g = \sqrt{\frac{c_c}{m_c}}. \quad (13)$$

Таким образом, рассчитав по выражениям (7) коэффициенты η_i и ω_i^2 для каждой подсистемы, по формулам (11) и (12) можно определить низшую и высшую частоту каждой подсистемы, а по выражению (13) собственную частоту колебаний водителя на сиденье.

Таким образом, решая совместно разработанные системы уравнений, получим полную информацию о движении МТА в заданных условиях эксплуатации, колебаниях маховых масс и динамических моментах в трансмиссии, а также о параметрах случайных колебаний подсистем агрегата, при движении по неровностям опорной поверхности, и динамических силовых факторах в местах крепления колес, балансиров, кабины и груза,

действующих на полурамы машин, что необходимо для прочностного расчета последних и для оценки плавности хода.

Литература

- [1] Bogdan M., Tajanowski G., 2000: Плавность хода и методика моделирования колебаний тракторных оездов. МЕХАНИКА 47. Zeszyty naukowe Nr 228
- [2] Red.: Krasowski E., 2005: Kinematyka i dynamika agregatów maszynowych. Działy wybrane. Ropczyce Wyższa Szkoła Inżynieryjno-Ekonomiczna w Ropczycach
- [3] Tajanowski G., Tanas W., 2004: the Estimation of distribution of traction forces on wheels of multibridge traction means. MOTROL. Motorization and power industry in agriculture. Polish Academy of Sciences Branch in Lublin. V6. Lublin
- [4] Tajanowski G., Tanas W., 2006: the Account of dynamics of fluctuations of a tractor in an estimation of his ability to connection of cargoes and loadings of bridges. MOTROL. Motorization and power industry in agriculture. Polish Academy of Sciences Branch in Lublin. V8A.Lublin.